ПОЛИХРОМАТИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ АБЕРРАЦИЙ В ОСЕВОЙ ТОЧКЕ ЦЕНТРИРОВАННЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

С. А. РОДИОНОВ, Л. М. ЛАПО

При расчете оптических систем весьма важным является вопрос оптимальной балансировки остаточных аберраций. Балансировка остаточных монохроматических аберраций достаточно изучена [1--3]; здесь рассматривается практически важный случай полихроматической коррекции аберраций.

Для дифракционно-ограниченных систем (у которых аберрации малы) хорошим критерием влияния остаточных монохроматических аберраций на качество оптического изображения является средняя квадратичная волновая аберрация [1]

$$\sigma = \sqrt{E} = \sqrt{\overline{W}^2 - (\overline{W})^2}, \tag{1}$$

где E – дисперсия волновой аберрации; $\overline{W}$ и $\overline{W^2}$ – усредненные по зрачку величины волновой аберрации и ее квадрата. Как показал Марешаль [1], E при малых аберрациях связана простой зависимостью с числом Штреля (относительной интенсивностью в центре пятна рассеяния):

$$I \approx 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 E. \tag{2}$$

Обобщим этот критерий применительно к конечному интервалу длин волн, определив полихроматическую среднюю квадратичную волновую аберрацию (1), производя усреднение по зрачку и спектральному интервалу. Величины $\overline{W}$ и $\overline{W^2}$ для круглого зрачка, определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \overline{W} &= \int_0^1 \int_{-1}^1 W(x,\rho)\rho\, d\rho dx, \\ \overline{W^2} &= \int_0^1 \int_{-1}^1 W^2(x,\rho)\rho\, d\rho dx. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь ρ – каноническая относительная зрачковая координата [4] ($0 \le \rho \le 1$); x – относительная спектральная координата [5] ($-1 \le x \le 1$), причем

$$x = \frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda},\ \lambda_0 = \frac{\lambda_{\inf} + \lambda_{\sup}}{2},\ \Delta\lambda = \frac{\lambda_{\sup} - \lambda_{\inf}}{2},$$

где λ_0 – центральная (основная) длина волны; $\lambda_{\inf}, \lambda_{\sup}$ – границы рабочего интервала длин волн.

Представим волновую аберрацию в виде разложения в ряд по координатам ρ, x. Для осевой точки центрированных оптических систем вследствие симметрии вращения $W(x,\rho)$ зависит от четных степеней ρ, поэтому

$$W(x,\rho) = \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} {}_lW_{2k0} x^l \rho^{2k}, \tag{4}$$

где $(2k-1)$ – порядок монохроматической аберрации; l – порядок хроматизма.

Проведенное авторами исследование аберраций значительного количества (более 200) объективов различного назначения: микрообъективов с апертурой до 0,5, фотографических, телевизионных и визуальных с относительным отверстием до 1 : 2 и фокусным расстоянием от 5 мм до 10 м – показало, что для большинства оптических систем в осевой точке достаточно ограничиться следующими членами разложения:

$$\begin{aligned} W(x,\rho) &= ({}_0W_{20} + {}_1W_{20}x + {}_2W_{20}x^2)\rho^2 + \\ &+ ({}_0W_{40} + {}_1W_{40}x + {}_2W_{40}x^2)\rho^4 + {}_0W_{60}\rho^6, \end{aligned} \tag{5}$$

где ${}_0W_{20}, {}_1W_{20}, {}_2W_{20}$ – коэффициенты расфокусировки, первичного и вторичного хроматизма положения; ${}_0W_{40}, {}_1W_{40}, {}_2W_{40}$ – коэффициенты сферической аберрации третьего порядка, первичного и вторичного сферохроматизма; ${}_0W_{60}$ – коэффициент сферической аберрации пятого порядка.

Для осевой точки предмета удобно рассматривать продольные аберрации, которые связаны с волновыми выражением

$$\Delta s'(x,\rho) = \frac{\lambda_0}{A'^2_0}\frac{1}{\rho}\frac{\partial W(x,\rho)}{\partial \rho}, \tag{6}$$

где A'_0 – задняя центральная апертура.

Графики зависимости продольной аберрации принято строить от координаты ρ для нескольких длин волн: основной λ_0 и границ интервала $\lambda_{\inf}$ и $\lambda_{\sup}$, как показано на рис.1, *а* и 2, *а*. Рассмотрим продольные аберрации первичного и вторичного хроматизма, позволяющие упростить построение графиков и сделать их более наглядными.

Учитывая (5), выражение (6) продольной аберрации для основной длины волны приводим к виду:

$$\Delta s'(\rho^2) = \Delta s'(0,\rho^2) = \frac{2\lambda_0}{A'^2_0}\left({}_0W_{20} + 2{}_0W_{40}\rho^2 + 3{}_0W_{60}\left(\rho^2\right)^2\right). \tag{7}$$

При этом для первичного хроматизма имеем

$$\Delta\left(\rho^2\right) = \Delta s'(+1,\rho^2) - \Delta s'(-1,\rho^2) = \frac{4\lambda_0}{A'^2_0}\left({}_1W_{20} + 2{}_1W_{40}\rho^2\right), \tag{7'}$$

а для вторичного

$$\delta\left(\rho^2\right) = \frac{\Delta s'(1,\rho^2) - \Delta s'(-1,\rho^2)}{2} - \Delta s'(0,\rho^2)$$

получаем

$$\delta\left(\rho^2\right) = \frac{2\lambda_0}{{A'_0}^2}\left({}_2W_{20} + 2\,{}_2W_{40}\rho^2\right) \tag{7''}$$

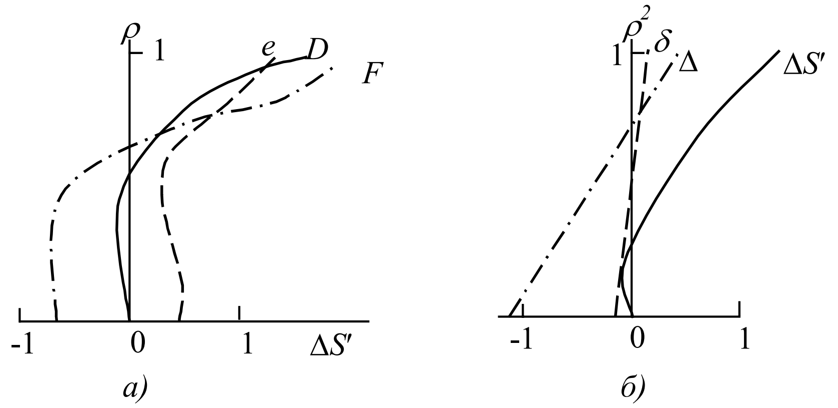

Рис.1

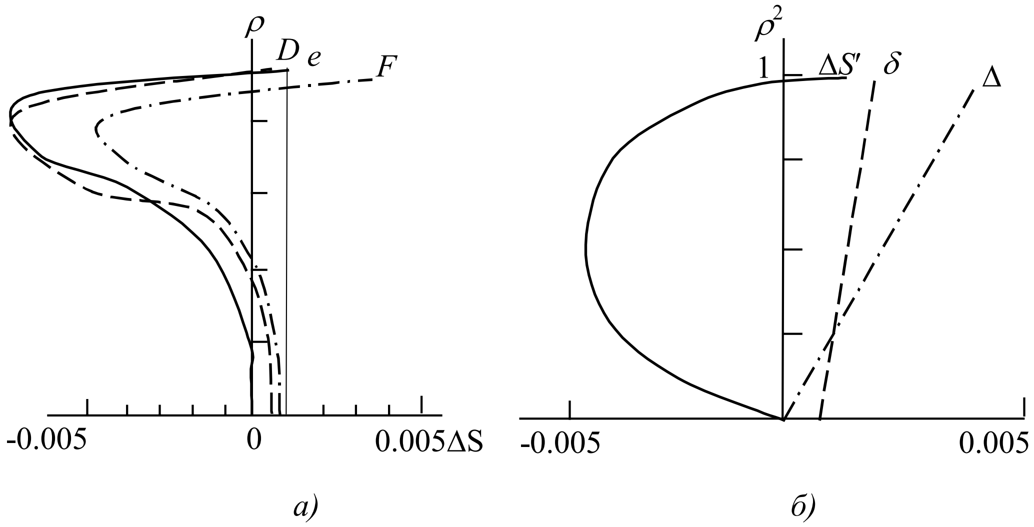

Рис.2

В пределах разложения (5) график $\Delta s'(\rho^2)$ описывает параболу, а $\Delta\left(\rho^2\right)$ и $\delta\left(\rho^2\right)$ – прямые линии (см. рис. 1, *б* и 2, *б*). Отклонение графиков от указанной формы свидетельствует о наличии членов высшего порядка, не учитываемых выражением (5). Поэтому форма графиков позволяет судить о корректности разложения (5) применительно к конкретным случаям исправления аберраций оптических систем. Кроме того, если график $\Delta s'(\rho^2)$ – прямая линия, то отсутствует сферическая аберрация пятого порядка $\left({}_0W_{60} = 0\right)$, а если $\Delta\left(\rho^2\right)$ и $\delta\left(\rho^2\right)$ параллельны оси ординат, то отсутствует сферохроматизм $\left({}_1W_{20} = W_{40} = 0\right)$ и т.д. Как будет показано, вид графиков позволяет оценить и степень балансировки аберраций различных порядков.

Коэффициенты разложения (4) легко найти по значениям продольных аберраций на оси: $\Delta s_0' = \Delta s(0), \Delta_0 = \Delta(0), \delta_0 = \delta(0)$, на краю зрачка: $\Delta s_1' = \Delta s(1), \Delta_1 = \Delta(1), \delta_1 = \delta(1)$, и в зоне: $\Delta s_{0,5}' = \Delta s'(0,5)$, $\Delta_{0,5} = \Delta(0,5)$, $\delta_{0,5} = \delta(0,5)$, при $\rho^2 = 0,5$ полученных расчетом одного нулевого и двух действительных лучей. Подставляя эти значения в (7)-(7″) и решая получившуюся систему линейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов, находим:

$$
\begin{aligned}
&{}_0W_{20} = \alpha \Delta s_0', \\
&{}_0W_{20} = \frac{a}{2}\Delta_0, \\
&{}_0W_{40} = \frac{a}{2}\left(-\Delta s_1' + 4\Delta s_{0,5}'\right), \\
&{}_0W_{60} = \frac{2}{3}\alpha\left(\Delta s_1' - 2\Delta s_{0,5}'\right), \\
&{}_1W_{40} = \frac{a}{4}\left(\Delta_1 - \Delta_2\right), \\
&{}_2W_{40} = \frac{a}{2}\left(\sigma_1 - \sigma_2\right), \\
&2{}_0W_{40} + 3{}_0W_{60} = \Delta s_1', \\
&{}_1W_{20} + {}_1W_{40} = \frac{a}{2}\Delta_{0,5}, \\
&{}_2W_{20} + {}_2W_{40} = \alpha\delta_{0,5},
\end{aligned}
\qquad (8)
$$

где $\alpha = \dfrac{A_0'^2}{2\lambda_0}$.

Выразим среднюю квадратичную полихроматическую волновую аберрацию через коэффициенты ${}_lW_{2k0}$. Подставляя (4) в (3), после преобразований будем иметь

$$
\begin{aligned}
\sigma^2 = E = {} & \frac{1}{12}\left[{}_0W_{20} + {}_0W_{40} + \frac{9}{10}{}_0W_{60} + \frac{1}{3}\left({}_2W_{20} + {}_2W_{40}\right)\right]^2 + \\
& + \frac{1}{180}\left[\left({}_0W_{40} + \frac{3}{2}{}_0W_{60} + \frac{1}{3}{}_2W_{40}\right)^2 + \frac{9}{140}{}_0W_{60}^2\right] + \\
& + \frac{1}{36}\left[\left({}_1W_{20} + {}_1W_{40}\right)^2 + \frac{1}{15}{}_1W_{40}^2\right] + \frac{1}{135}\left[\left({}_2W_{20} + {}_2W_{40}\right)^2 + \frac{1}{15}{}_2W_{40}^2\right].
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

Если не учитывать хроматические аберрации, т. е. принять ${}_1W_{20} = {}_1W_{40} = {}_2W_{20} = {}_2W_{40} = 0$, получим известное выражение [2].

Рассмотрим теперь задачу оптимальной балансировки аберраций. Исходим из того факта, что аберрации более высокого порядка, а именно: сферическая пятого порядка ${}_0W_{60}$, первичный и вторичный сферохроматизм ${}_1W_{40}$ и ${}_2W_{40}$ – достаточно стабильны, определяются типом конструкции оптической системы и с трудом поддаются воздействию. Аберрации низших порядков: сферическая третьего порядка, хроматизм положения ${}_1W_{20}$ и ${}_2W_{20}$ управляются значительно легче изменением конструктивных параметров, а продольной расфокусировке ${}_0W_{20}$ можно придать любые значения в полностью рассчитанной системе, выбрав плоскость оптимальной установки. Следовательно, необходимо найти оптимальные соотношения между аберрациями низших и высших порядков и положение плоскости установки, обеспечивающее минимум средней квадратичной волновой аберрации σ.

Для монохроматического случая известны соотношения оптимальной балансировки [1, 3]

$$ {}_0W_{40} = -\frac{3}{2}{}_0W_{60},\ {}_0W_{20} = -\left({}_0W_{40} + \frac{9}{10}{}_0W_{60}\right), $$

требующие исправления аберрации на краю зрачка, $\Delta s_1' = 0$ и смещения плоскости установки на 0,8 от максимальной величины аберрации в зоне:

$$ \Delta s_0' = -0{,}8\Delta s_{0,5}'. $$

Для случая полихроматического освещения из (9) и (8) получим соотношения оптимальной балансировки:

$$ \begin{aligned} &{}_0W_{20} = -\left[{}_0W_{40} + \frac{9}{10}{}_0W_{60} + \frac{1}{3}\left({}_2W_{20} + {}_2W_{40}\right)\right], \\ &{}_0W_{40} = -\left(\frac{3}{2}{}_0W_{60} + \frac{1}{3}{}_2W_{40}\right), \\ &{}_1W_{20} = -{}_1W_{40}; {}_2W_{20} = -{}_2W_{40} \end{aligned} \qquad (10) $$

или

$$ \begin{aligned} &\Delta s_1 = -\frac{1}{3}(\delta_1 - \delta_0), \\ &\Delta s_0' = -\left(0{,}1\Delta s_1' + 0{,}8\Delta s_{0,5}' + \frac{1}{3}\delta_{0,5}\right), \\ &\Delta_{0,5} = 0; \delta_{0,5} = 0. \end{aligned} \qquad (11) $$

Видно, что хроматические аберрации балансируются независимо от монохроматических, а первичный и вторичный хроматизм – независимо друг от друга, причем для оптимальной балансировки хроматизма требуется равенство нулю хроматических аберраций в зоне зрачка, т.е. графики продольного хроматизма должны пересекать ось ординат в точке $\rho^2 = 0{,}5$.

В соответствии с формулами (11) в полихроматическом случае на оптимальную форму кривой аберрации влияет вторичный сферохроматизм

${}_2W_{40}$: значение продольной аберрации на краю зрачка должно быть равно не нулю, как в монохроматическом случае, а составлять одну треть от продольного вторичного сферохроматизма – первое из выражений (10). В положении плоскости наилучшей установки Δs_0 также появляется член, зависящий от вторичного хроматизма; он равен одной трети вторичного хроматизма в зоне – вторая из формул (10).

Среднюю квадратичную волновую аберрацию полезно выразить через величины продольных аберраций и продольного хроматизма; пользуясь уравнениями (8) и (9), представим E в виде суммы квадратов следующих аберраций с учетом того, что плоскость оптимальной установки уже выбрана:

$$E = \frac{1}{7}a_5^2 + \frac{1}{15}c_1^2 + \frac{1}{15}c_2^2 + \frac{1}{5}a_3^2 + \frac{1}{9}a_1^2 + \frac{1}{9}d_2^2,$$

где $a_5 = \frac{\alpha}{30}\left(\Delta s_1' - 2\Delta s_{0,5}'\right)$ – сферическая аберрация пятого порядка; $c_1 = \frac{\alpha}{24}\left(\Delta_1 - \Delta_0\right)$ – первичный сферохроматизм; $c_2 = \frac{\alpha}{30}\left(\delta_1 - \delta_0\right)$ – вторичный сферохроматизм; $a_3 = \frac{\alpha}{12}\left[\Delta s_1 + \frac{1}{3}\left(\delta_1 - \delta_0\right)\right]$ – дебаланс сферической аберрации и сферохроматизма; $a_1 = \frac{\alpha}{4}\Delta_{0,5}$ – дебаланс первичного хроматизма; $a_2 = \frac{\alpha}{3}\delta_{0,5}$ – дебаланс вторичного хроматизма.

Так как эти члены входят в E в виде суммы квадратов, при коррекции аберраций необходимо стремиться уменьшать каждый из них независимо от других; при этом по сравнительному вкладу каждого члена в общую сумму можно судить о типе коррекции. Так, если преобладают члены первичного хроматизма, то объектив следует отнести к неахроматизированным системам, если первичный хроматизм мал по сравнению со вторичным, – к ахроматам, если малы члены вторичного хроматизма, – к апохроматам.

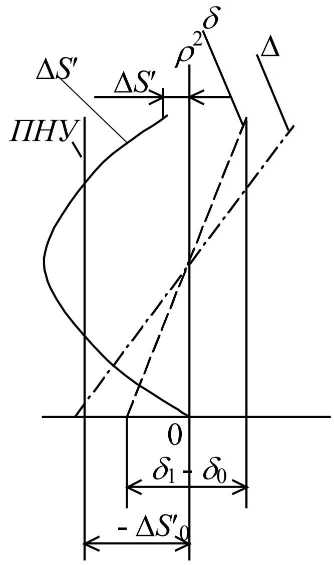

Рис.3

При оптимально сбалансированных аберрациях, когда члены низшего порядка наилучшим образом компенсируют члены высшего порядка, величины a_3, d_1 и d_2 равны нулю; при этом графики продольных аберраций имеют вид, показанный на рис. 3. Отклонение членов a_3, d_1 и d_2 от нуля и соответственно графиков от формы, представленной на рис. 3, свидетельствует о наличии несбалансированных аберраций низших порядков, которые, как уже отмечалось, исправляются легче, чем высшие, поэтому в первую очередь необходимо стремиться к уменьшению до нуля именно этих членов.

Полученные выражения позволяют судить о состоянии коррекции и определять σ по графикам продольной аберрации, если строить их так, как показано на рис. 1, б, 2, б. Проиллюстрируем это на примере двух объективов-апохроматов (рис. 1 и 2). Из рис. 1, б следует, что у первого объектива коррекция хроматизма близка к оптимальной, коррекция же монохроматической аберрации далека от таковой. У второго объектива (рис. 2, б) монохроматические аберрации сбалансированы лучше, чем хроматические, а коррекция хроматизма выполнена хуже. Видно, что аберрации этих объективов удовлетворительно описываются формулой (5), отступлений от прямолинейной и параболической форм кривых незаметно. Графики аберраций тех же объективов, построенные в традиционной манере (рис. 1, а и 2, а), менее наглядны.

ВЫВОДЫ

1. Получено аналитическое выражение (9), позволяющее определять средний квадрат деформации волнового фронта в полихроматическом свете по результатам расчета трех лучей для точки на оси.

2. Выражение состоит из слагаемых аберраций первого, третьего и пятого порядков, а также членов, определяющих баланс соответствующих аберраций.

3. По величине любого из слагаемых оценивается вклад данной аберрации в общую ошибку волнового фронта. Оптимальная коррекция аберраций определяется по величине членов, выражающих баланс соответствующих аберраций.

4. Предложен графоаналитический метод оценки оптимальной коррекции аберраций по графикам первичного и вторичного хроматизма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марешаль А., Франсон М. Структура оптического изображения. – М.: Мир, 1964.
2. Horkins H. H. – Optika Acta, 1966, vol. 13, № 4.
3. Зверев В. А. и др. – Опт. и спектр., 1974, т. 37, с. 1150.
4. Horkins H. H. – Jap. Journal of Appl. Phys., 1965, vol. 4, suppl. 1.
5. Родионов С. А., Сокольский М. Н., Лапо Л. М. – Опт. и спектр., 1977, т. 43, с. 1104.