

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ КАРТИН В ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ С ДИФРАКЦИОННО ФОРМИРУЕМЫМ ВОЛНОВЫМ ФРОНТОМ СРАВНЕНИЯ

Г. Н. Виноградова, Н. Б. Вознесенский, В. М. Домненко, Т. В. Иванова

Рассматриваются условия получения интерференционных картин в интерферометрах с дифракционно формируемым волновым фронтом сравнения и указываются основные отличия от обычных интерферометров. Приводятся результаты численного моделирования интерференционных картин для некоторых типов аберраций, а также фотографии, полученные при исследовании микрообъективов.

В последнее время возрос интерес к интерферометрам, построенным на основе использования волнового фронта сравнения, который образуется в результате дифракции света на малом отверстии в тонком полупрозрачном экране. Экран помещается вблизи плоскости изображения точечного источника света, созданного контролируемой оптической системой. Такие интерферометры в зарубежной научной литературе получили название интерферометров с дифракцией на точке (point diffraction interferometers - PDI) [1,2], а в отечественной литературе - интерферометров с дифракционно формируемой волной сравнения (ДВС) или, по традиции, схемой Линника [3].

ДВС интерферометры обладают весьма важным достоинством: устойчивой к вибрациям интерференционной картиной. Однако их производственное и научное использование пока тормозится неоднозначностью получаемой информации. Дело в том, что условия образования интерференционных картин в них по целому ряду причин отличаются от условий формирования таких картин в обычных интерферометрах (напр., Тваймана-Грина или Физо) и поэтому более сложной становится их интерпретация.

Для качественного объяснения условий формирования интерференционных картин в интерферометре ДВС на примерах двух моделей микрообъективов (идеального и аберрированного) в [3] предлагается использовать геометрическую теорию дифракции [4] и анализируются, в основном, интерференционные картины идеального микрообъектива.

Модель идеального микрообъектива представляет собой оптическую систему, состоящую из безаберрационной линзы и апертурной диафрагмы, расположенной вблизи фокуса линзы, а модель аберрированного микрообъектива (объектива с аберрациями) - оптическую систему, состоящую из идеального микрообъектива, в апертурную диафрагму которого помещена фазовая дифракционная решетка. Решетка деформирует проходящий через нее фронт волны. Изображение точечного источника света, созданное аберрированным объективом, можно рассматривать как суперпозицию идеального изображения и спектра фазовой решетки.

На рис.1 показана схема получения интерференционных картин в интерферометре ДВС. В плоскости фокусировки испытуемого аберрированного объектива  $O_1$  помещен полупрозрачный экран 2 с малым отверстием. Световая волна, деформированная вследствие аберраций объектива, проходит через экран с несколько уменьшенной амплитудой, а небольшая ее часть, прошедшая сквозь отверстие, преобразуется в дифрагированную сферическую волну сравнения. В выходном зрачке 3 идеального микрообъектива наблюдения  $O_2$  образуется интерференционная картина, контраст которой зависит от соотношения интенсивностей интерферирующих волн и определяется размером отверстия и пропусканием экрана.

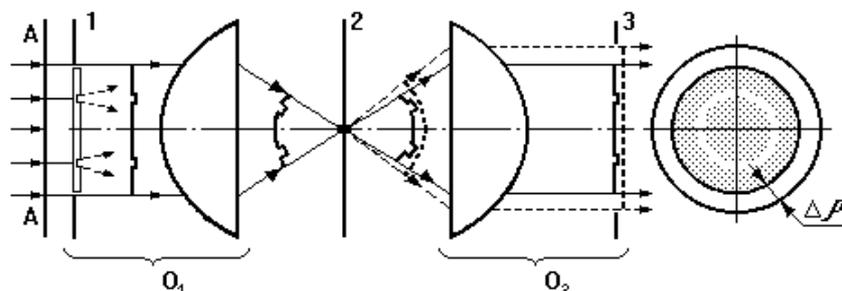


Рис. 1. Схема получения интерференционных картин.  $O_1$  - испытуемый объектив;  $O_2$  - объектив наблюдения; 1,3 - апертурные диафрагмы; 2 - полупрозрачный экран с отверстием.

При совмещении отверстия с центром диска Эри освещенность в интерференционном поле распределяется неравномерно. Например, если “ступенька” решетки вносит опережение фазы на  $\pi/2$ , то она изобразится как светлое кольцо на менее светлом фоне. Полученная при этом интерферограмма фактически дает топографическую карту отступлений исследуемой волновой поверхности от сферы сравнения и при этом имеет максимальную интенсивность. Но для получения контрастной картины необходимо точно подобрать пропускание экрана, что практически осуществить очень сложно.

При продольном и поперечном смещениях экрана с отверстием относительно изображения в выходном зрачке объектива  $O_2$  наблюдаются кольца и полосы. При наличии aberrаций у объектива  $O_1$  кольца и полосы искажены, как и в обычном интерферометре.

Однако, при контроле микрообъектива распределение интенсивности в изображении точечного источника света практически мало отличается от идеального поскольку его aberrации, как правило, малы. Поэтому для получения нескольких колец и полос отверстие должно находиться за пределами центрального максимума. В этом случае интерференционные полосы формируются при положении отверстия в геометрической тени, а кольца - в конусе геометрических лучей. Тем не менее, порядок их интенсивностей практически одинаковый, что подтверждается экспериментально. Кроме того, смещение отверстия приводит к своеобразному смещению интерференционных полос и колец, которое совершенно не характерно для обычных интерферометров. Основные отличия этих картин связаны с неоднородностью волны сравнения и скачкообразным чередованием фазовых сдвигов при поперечном или продольном смещении фронта сравнения по отношению к исследуемому фронту.

Рис. 2. Интерференционные картины, полученные с объективом ахроматом  $20 \times 0.40$  ( $\tau \approx 0.1\%$ ,  $\lambda = 546$  нм,  $d \approx 0.5$  мкм) - а) отверстие находится за плоскостью фокусировки, б) отверстие перед плоскостью фокусировки, в, г) отверстие находится в плоскости фокусировки и децентрировано относительно оптической оси.

Рис. 3. Интерференционные картины, полученные с объективом планахроматом  $40 \times 0.65$  при децентрировках отверстия ( $\tau \approx 0.1\%$ ,  $\lambda = 546$  нм,  $d \approx 0.5$  мкм).

В интерферометре ДВС свет однократно проходит через исследуемый объектив, что позволяет контролировать как симметричные, так и несимметричные aberrации. На рис. 2 представлены интерферограммы, полученные при контроле объектива  $20 \times 0.40$ . Объектив обладает значительной комой и астигматизмом, вызванными пережатием линз в оправе и децентрировкой.

Наибольшей информативностью обладают интерференционные полосы, получаемые при поперечных смещениях отверстия (при децентрировках). При этом отверстие находится в том или ином дифракционном кольце картины Эри, интенсивность которых уменьшается с ростом номера кольца. Последовательно получаемые интерферограммы отличаются друг от

друга не только количеством полос, но и уровнем контраста, поэтому при неизменном пропускании экрана можно выбрать наиболее контрастную из них. На рис. 3 представлены интерферограммы, полученные при контроле объектива 40×0,65.

В некоторых работах как бы в продолжение традиционной точки зрения на интерферометры приводятся смоделированные на компьютере интерференционные картины для отдельных типов aberrаций [2] и, в принципе, такие картины хорошо известны, но, как показывают экспериментальные исследования, не могут быть получены точно в таком виде на ДВС интерферометрах. Для осуществления математического моделирования процесса формирования интерференционных картин, особенно при продольном и поперечном смещении отверстия, надо принимать во внимание аномальное поведение фазы вблизи фокуса [5]. Поэтому возникает необходимость внесения соответствующих дополнительных поправок в выражения, описывающие дифракционные поля. Эти факторы в сочетании со сложными соотношениями интенсивностей интерферирующих волн приводят к многопараметрической интерференционной картине, где информация об исследуемых ошибках искажена другими столь же значимыми эффектами.

С целью практического использования принципа ДВС для контроля качества оптики можно воспользоваться предварительным компьютерным моделированием интерференционных картин на основе учета в математических построениях некоторых из указанных выше факторов.

Для математического моделирования формирования интерференционных картин воспользуемся линейной теорией сигналов [6], примененной к прохождению нормально падающей когерентной плоской волны с единичной амплитудой  $u_A = 1$  через оптическую схему, изображенную на рис.1. Влияние объектива  $O_1$  на волну  $u_A$  описывается через зрачковую функцию  $f_1(\rho_x, \rho_y)$ :

$$f_1(\rho_x, \rho_y) = \begin{cases} \exp[2\pi i w_1(\rho_x, \rho_y)], & \rho_x^2 + \rho_y^2 \leq 1, \\ 0, & \rho_x^2 + \rho_y^2 > 1 \end{cases} \quad (1)$$

где  $w_1(\rho_x, \rho_y) = \sum_i C_i P_i(\rho_x, \rho_y)$  - волновая aberrация объектива  $O_1$ , представленная в виде разложения по полиномам Цернике  $P_i(\rho_x, \rho_y)$  с коэффициентами  $C_i$ . Поле в плоскостях 2 и 3 можно найти, выполнив обратное преобразование Фурье над  $f_1(\rho_x, \rho_y)$ , однако для учета влияния продольного смещения  $b$  экрана с отверстием 2 относительно объектива  $O_1$  с числовой апертурой  $A_{01}$  необходимо предварительно умножить  $f_1(\rho_x, \rho_y)$  на фазовый множитель  $f_2(\rho_x, \rho_y) = \exp\{i\pi(A_{01})^2 b(\rho_x^2 + \rho_y^2) / \lambda\}$ . В результате получим поле  $u_2(\eta_x, \eta_y)$  в плоскости экрана 2:

$$u_2(\eta_x, \eta_y) = F^{-1}\left[f_1(\rho_x, \rho_y) f_2(\rho_x, \rho_y)\right]. \quad (2)$$

Действие полупрозрачного экрана с отверстием на поле  $u_2(\eta_x, \eta_y)$  заключается в “вырезании” участка диаметром  $d$ , что с учетом децентрировок  $(a_x, a_y)$  можно записать так:

$$u_2^0(\eta_x, \eta_y) = u_2(\eta_x, \eta_y) \text{rect}\left[\frac{(\eta_x - a_x)^2 + (\eta_y - a_y)^2}{d^2}\right]. \quad (3)$$

Поле в выходном зрачке 3 объектива  $O_2$  в соответствии с теорией дифракции можно получить через прямое преобразование Фурье от  $u_2^0$ :

$$u_3^0(\rho'_x, \rho'_y) = F[u_2^0(\eta_x, \eta_y)]. \quad (4)$$

Поле  $u_3^0$  - это дифракционная волна сравнения, а исследуемое поле  $u'_3(\rho'_x, \rho'_y)$  в данном случае равно зрачковой функции объектива  $O_1$   $f_1(\rho'_x, \rho'_y)$ , умноженной на коэффициент пропускания экрана по амплитуде  $\sqrt{\tau}$ . Полное поле, регистрируемое в плоскости 3, является суммой двух полей:

$$u_3(\rho'_x, \rho'_y) = u_3^0(\rho'_x, \rho'_y) + u'_3(\rho'_x, \rho'_y) = u_3^0(\rho'_x, \rho'_y) + \sqrt{\tau} f_1(\rho'_x, \rho'_y). \quad (5)$$

Данное выражение справедливо, если пренебречь aberrациями объектива  $O_2$ , который считается идеальным, причем его числовая апертура  $A_{02}$  больше, чем  $A_{01}$ . Поэтому масштаб координат  $(\rho_x, \rho_y)$  и  $(\rho'_x, \rho'_y)$  различный, что приводит к появлению нерабочей кольцевой зоны в плоскости наблюдения 3. Ширина этой зоны определяется следующим соотношением:

$$\Delta\rho' = \frac{A_{02} - A_{01}}{A_{02}}. \quad (6)$$

Интерференционная картина определяется функцией интенсивности поля в плоскости 3:

$$I(\rho'_x, \rho'_y) = |u_3(\rho'_x, \rho'_y)|^2. \quad (7)$$

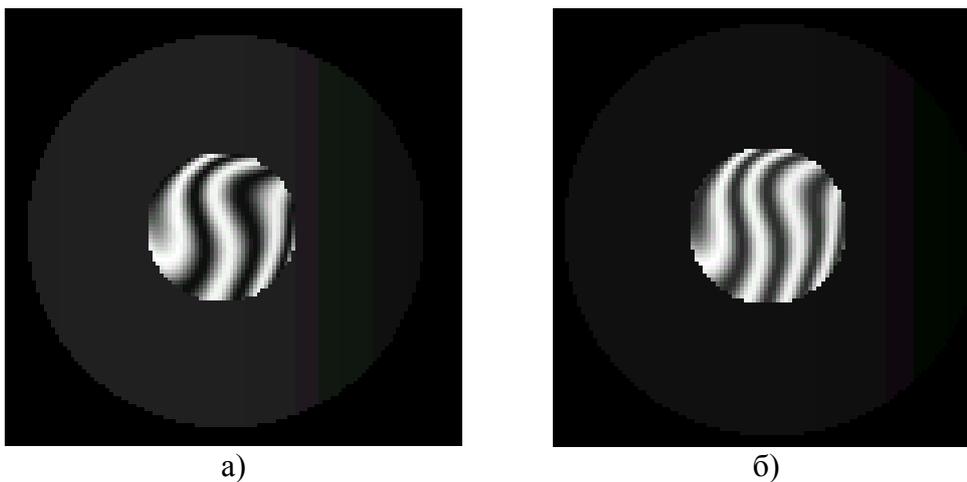
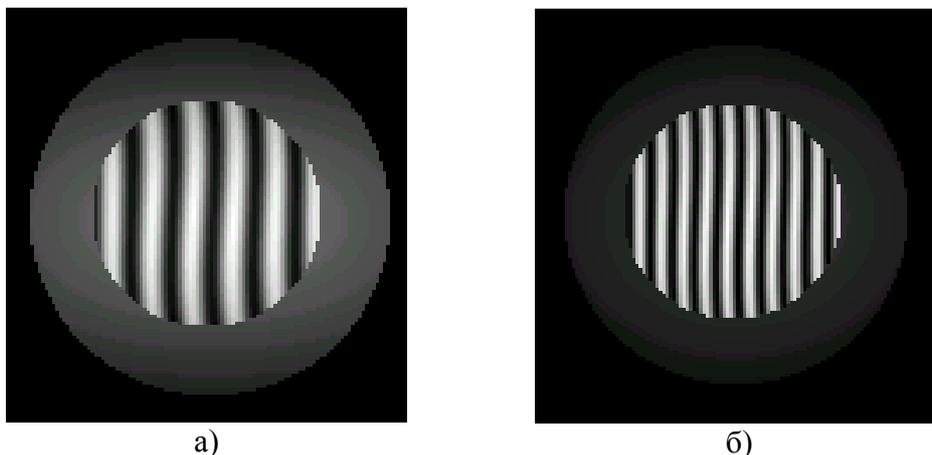


Рис. 4 Результаты компьютерного моделирования при децентрировке экрана для объектива 20x0.40: а) 2-е и б) 3-е кольца Эри.



б)

*Рис. 5 Результаты компьютерного моделирования при децентрировке экрана для объектива 40x0.65: а) 5-е, б) 9-е кольца Эри.*

На рис.4,5 приведены интерферограммы, смоделированные на компьютере на основе выражений (1-7) при различных дефокусировках и децентрировках экрана.

Из приведенных результатов следует, что для эффективного практического воплощения идеи Линника в производственном контроле объективов микроскопов необходимо работать при поперечных смещениях экрана, соответствующих кольцам Эри, начиная, как минимум, с номера 9. При этом, несмотря на малую интенсивность дальних колец и сложные фазовые соотношения между кольцами, можно получить достаточно высококачественные интерферограммы, контраст которых улучшается с увеличением смещения при малом коэффициенте пропускания экрана. Использование продольных смещений экрана дает хорошую наглядную информацию о характере aberrаций, но для автоматизированной обработки такие интерферограммы не очень удобны. Кроме того, при высоких числовых апертурах испытываемых объективов тем более выгоднее работать в дальних кольцах Эри, поскольку векторный характер поля приводит к значительному “размытию” ближних колец [7] и, как следствие, ухудшению контраста интерференционных картин.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *R.N.Smartt, W.H.Steel* Theory and application of point-diffraction interferometers // Jap. J. Appl. Phys. Suppl. - 1975. -14-1. - P. 351-356.
2. *Qian Gong, Joseph M.Geary* Modeling point diffraction interferometers // Optical Engineering. - 1996. - vol. 35. - N2. - P. 351-356.
3. *Виноградова Г.Н.* Образование интерференционных картин в интерферометре с дифракционной волной сравнения при контроле объективов микроскопов // Оптический журнал. - 1998. - том 65. - № 2. - С.31-35.
4. *Keller J.B.* Diffraction by an Aperture // J. Appl. Phys. - 1957. - Vol.28. - P. 426.
5. *М.Борн и Э.Вольф*, Основы оптики. - М.:Наука, 1970.-С.856.
6. Применение методов фурье-оптики/ Под ред. *Г.Старка*.-М.:Радио и связь. - 1988.-С.536.
7. *Н.Б.Вознесенский, С.А.Родионов, В.М.Домненко, Т.В.Иванова* Математическая модель дифракции в оптических системах с высокими числовыми апертурами // Оптический журнал. - 1997. - том 64. - № 3. - С. 48-52.